

ОТЗЫВ

официального оппонента, доктора физико-математических наук, заведующего кафедрой математической физики и вычислительной математики Саратовского государственного университета Юрко Вячеслава Анатольевича на диссертацию Кулешова Павла Александровича «Оценки собственных значений краевых задач на стратифицированных множествах», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Значительная часть работы посвящена оценке первого собственного значения оператора Лапласа в разных ситуациях. В первой главе дается точная оценка снизу первого собственного значения в задаче Штурма – Лиувилля для лапласиана на графе. Несколько удивительно, что эта оценка получается совпадающей с минимальным собственным значением в задаче о спектре оператора двукратного дифференцирования с условиями Дирихле, заданными на концах отрезка, длина которого равна сумме длин ребер, составляющих граф. Хорошо известно, что главная часть асимптотики спектра лапласиана на графе совпадает со спектром аналогичного оператора на отрезке, длина которого равна суммарной длине ребер. Однако, известно также, что низкочастотная часть спектра достаточно густой сетки из струн оказывается близкой к спектру мембраны, физические характеристики которой естественным образом связаны с физическими характеристиками мембраны (плотностью и натяжениями струн). С этой позиции логично было бы в качестве оценки увидеть скорее первое собственное значение лапласиана в круге, как это имеет место в классическом случае. Объяснение парадокса видимо состоит в примененном методе (метод симметричных перестановок функций) и в принятом уровне детализации. Нам кажется, что данная тематика будет иметь продолжение. Результаты автора представляет в этом смысле большой интерес.

Во второй главе диссертант переходит к оценке первого собственного значения на стратифицированном множестве (в двумерном случае, когда размерности страт не превосходят двух). Здесь автор применяет ту же комбинацию методов, что и в первой главе в сочетании с некоторыми геометрическими приемами, группирующимися вокруг изопериметрии. Здесь точная оценка получается лишь для класса стратифицированных множеств, хотя и довольно широкого. Одно из основных требований состоит здесь в

том, что стратифицированное множество должно быть однородным (состоять из двумерных страт, примыкающих друг к другу). Наряду с другими требованиями это позволяет получить результат, аналогичный классическому – точная оценка первого собственного значения лапласиана с условиями Дирихле на границе (в каком-то смысле максимальной границе, составленной из некоторых одномерных страт) совпадает с точной оценкой первого собственного значения Лапласиана в круге, площадь которого совпадает с суммарной площадью двумерных страт.

В третьей главе о точности оценок речи уже не идет. Здесь доказывается некий аналог неравенства Пуанкаре (в терминологии автора), которое, наверное, было бы уместным назвать неравенством Соболевского типа. Вместо двух показателей p и q (q известным образом связан с p), фигурирующих в неравенстве Соболева здесь фигурирует один. Уже одно это показывает, что автор не ставил здесь задачи получить общее неравенство Соболева. Однако, для целей автора этого частного случая оказывается достаточно. Он далее применяет его для доказательства слабой разрешимости задачи Дирихле для p -лапласиана на стратифицированном множестве. В этой главе ограничения на размерность стратифицированного множества отсутствуют, что придает общность полученным результатам. Здесь мы добавим только, что ограничения, наложенные автором на связность стратифицированного множества кажутся избыточными. Автор требует, чтобы каждая страта могла быть связана некоторой связной цепочкой страт, последний элемент которой лежит на границе, а перепады размерностей в цепочке не превосходят единицы. Интуитивно ясно, что скачки размерностей должны оцениваться величиной, связанной с показателем p . К оценке первого собственного значения это имеет отношение лишь при $p=2$. Повторюсь, что о точности оценки речь уже не идет. Эта глава, в какой-то степени, нарушает целостность диссертации, посвященной, главным образом, оценке первого собственного значения лапласиана в различных ситуациях.

Диссертация написана хорошим языком и богато иллюстрирована. Результаты достаточно строго обоснованы, прошли апробацию на конференциях и в семинарах и полностью опубликованы. Три работы опубликованы в журналах, рекомендованных в требованиях ВАК, предъявляемых к кандидатским диссертациям. Содержание диссертации свидетельствует о высоком уровне квалификации ее автора.

Считая, что диссертация является законченным научным исследованием и соответствует требованиям пп. 9,10,11,13,14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 №842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Заведующий кафедрой математической физики
И вычислительной математики ФГБОУ ВПО
«Саратовский государственный университет
им. Н.Г. Чернышевского»,
доктор физико-математических наук,
профессор

Юрко Вячеслав Анатольевич

410012, г. Саратов, ул. Астраханская, д. 83
Тел. +7(8452) 515538
yurkovva@info.sgu.ru

*Сергеев Сергей В. Н. -
Удостоверено
Директор по НИР
Сергеев Сергей В. Н.*